Jurnal Matematika dan Aplikasi

deCartesiaN

ISSN:2302-4224

Journal homepage: https://ejournal.unsrat.ac.id/index.php/decartesian

deCartesiaN

Analisis Hubungan IHK (Indeks Harga Konsumen) dan Kurs Beli IDR-USD Melalui Pendekatan Copula

Elvina Luxviantono[1], Adi Setiawan[1], Leopoldus Ricky Sasongko[1]*

[1]Program Studi Matematika–Fakultas Sains dan Matematika–Universitas Kristen Satya Wacana, Jln. Diponegoro No. 52-60, Salatiga 50711, Indonesia
*Corresponding author : leopoldus.sasongko@staff.uksw.edu.

ABSTRAK

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menganalisis keterhubungan antar dua peubah acak adalah metode dengan pendekatan copula. Copula (bivariat) bersifat fleksibel dalam menjelaskan keterhubungan antar dua peubah acak yang tidak linier dan dapat menggambarkan perilaku data bivariat yang memiliki distribusi-distribusi marginal yang berbeda keluarga. Dalam penelitian ini dikaji hubungan antara Indeks Harga Konsumen (IHK) dan *return* Kurs Beli IDR-USD melalui metode pendekatan copula. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data (sekunder) bulanan mengenai IHK dan *return* Kurs Beli IDR-USD selama periode Mei 2012 sampai Juni 2017. Estimasi parameter distribusi-distribusi marginal (IHK dan *return* Kurs beli IDR-USD) didasarkan pada metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan uji kecocokan distribusi-distribusi marginalnya didasarkan pada uji statistik *Kolmogorov-Smirnov*. Estimasi parameter copula yang cocok untuk menggambarkan keterhubungan data IHK dan *return* Kurs Beli IDR-USD didasarkan pada ukuran Kendall's *Tau* dan Spearman's *Rho* dari data tersebut. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa hubungan antara IHK dan *return* Kurs Beli IDR-USD berdasarkan ukuran Kendall's *Tau* dan Spearman's *Rho* adalah kecil yang berarti data saling bebas atau dengan arti lain hampir tidak memiliki keterhubungan. Sementara itu, keterhubungan IHK dan *return* Kurs Beli IDR-USD dapat digambarkan melalui suatu copula. Copula yang cocok untuk menggambarkan keterhubungan IHK dan *return* Kurs Beli IDR-USD sebagai hasil dalam bahasan paper ini adalah copula Clayton dengan distribusi marginal IHK adalah distribusi Laplace dan begitu pula distribusi marginal *return* Kurs Beli IDR-USD adalah distribusi Laplace. Dalam hal ini, copula Clayton itu adalah terbaik berdasarkan uji kecocokan copula yaitu melalui uji statistik Cramér-von Mises dengan nilai *p-value* tertinggi yang diperoleh dengan bantuan simulasi *parametric bootstrap*.

INFO ARTIKEL

Diterima	: 23 April 2018
Diterima setelah revisi	: 9 Mei 2018
Tersedia *online*	: 30 Juli 2018

Kata Kunci :
Distribusi Bivariat,
IHK dan Kurs IDR-USD,
Ukuran Keterhubungan,
Uji Kecocokan,
Copula,

1. PENDAHULUAN

Salah satu kegiatan ekonomi yang dikenal adalah perdagangan, suatu aktivitas jual-beli barang atau jasa. Suatu negara memiliki mata uang yang nilainya berbeda dengan mata uang negara lain (valuta asing) sehingga perbandingan antar nilai mata uang atau kurs menjadi faktor penting dalam perdagangan internasional.

Indeks harga konsumen (IHK) merupakan salah satu indikator ekonomi penting yang dapat memberikan informasi mengenai perkembangan harga barang dan jasa yang dibeli oleh konsumen secara umum dari waktu ke waktu. Perubahan IHK dari waktu ke waktu menunjukkan perubahan tingkat harga rata-rata tertimbang untuk barang dan jasa dalam perekonomian suatu negara yang dapat mengalami kenaikan (inflasi) atau penurunan (deflasi). Gejolak harga barang dan jasa di suatu wilayah sangat berpengaruh terhadap kondisi ekonomi masyarakat setempat [1]. Pada dasarnya kenaikan atau penurunan IHK memiliki dampak positif dan dampak negatif bagi perekonomian suatu negara apabila terjadi secara terus-menerus. IHK dapat digunakan untuk perhitungan tingkat inflasi atau deflasi yang mana sangat mempengaruhi kurs mata uang suatu negara terhadap valuta asing (valas), atau dengan arti lain, IHK dan kurs mata uang suatu negara terhadap valas memiliki keterhubungan.

Perubahan IHK dapat mempengaruhi kegiatan perdagangan internasional karena adanya perbedaan harga sebagai dampak perubahan harga tersebut. Perubahan tersebut akan mempengaruhi permintaan dan penawaran mata uang sehingga mempengaruhi nilai tukar, misalnya jika IHK megalami kenaikan (inflasi) lebih tinggi daripada tingkat inflasi Amerika, maka akan memicu bertambahnya nilai impor sehingga nilai tukar Indonesian Rupiah (IDR) terhadap United States Dollar (USD) akan melemah. Tetapi tingkat inflasi berpengaruh positif terhadap pergerakan nilai tukar USD terhadap IDR, yang berarti bahwa jika IHK mengalami kenaikan maka arah pergerakan nilai tukar USD terhadap IDR juga akan meningkat. Sedangkan apabila IHK mengalami penurunan (deflasi) lebih tinggi dari tingkat deflasi Amerika, maka nilai ekspor akan bertambah sehingga nilai tukar IDR terhadap USD akan menguat dan pergerakkan nilai tukar USD terhadap IDR akan melemah. Fenomena ini menyebabkan keterhubungan IHK dan kurs menjadi penting untuk dikaji.

Keterhubungan antar dua peubah dapat diukur dengan koefisien korelasi Pearson dengan asumsi dua peubah tersebut memiliki hubungan linier. Dua peubah memiliki hubungan linier apabila perubahan dalam satu peubah dikaitkan dengan perubahan yang sebanding pada peubah lainnya. Jika hubungan dua peubah tidak linier maka ukuran keterhubungan Spearman's *Rho* atau Kendall's *Tau* dapat digunakan untuk menjelaskan hubungan tersebut. Berbeda dengan koefisien korelasi Pearson, ukuran keterhubungan ini tidak memerlukan asumsi normalitas dan data yang digunakan dapat berupa data kategorik (tingkat pendidikan, kelompok usia, kategori pekerjaan, dll) maupun data numerik (kurs rupiah, rasio keuangan, pertumbuhan ekonomi, dll). Pada umumnya, kasus-kasus yang distribusinya tidak normal tidak terlalu diperhatikan atau bahkan dipaksakan dengan asumsi berdistribusi normal. Oleh karena itu diperlukan metode yang dapat mengatasi permasalahan ini, salah satunya adalah dengan pendekatan copula.

Kajian mengenai copula telah banyak dilakukan, salah satunya oleh Anisa dan Sutikno pada [2] yang mana dengan menggunakan pendekatan copula pola hubungan curah hujan dan indikator ENSO di Jawa Timur pada *time* lag berbeda sebagian besar mengikuti copula Clayton dan Frank. Penelitian lain dilakukan oleh Heriyanto dan Ming Chen, pada [3] meneliti tentang pengaruh indeks harga konsumen (IHK), jumlah uang beredar (M1), kurs rupiah, dan indeks S&P 500 terhadap indeks harga saham gabungan (IHSG) dengan menggunakan analisis regresi berganda menunjukkan bahwa variabel kurs rupiah terhadap dollar dan Indeks S&P 500 berpengaruh signifikan terhadap pergerakan IHSG, sedangkan variabel IHK dan jumlah uang beredar tidak berpengaruh signifikan. Berdasarkan [4], copula adalah suatu fungsi dari dua/lebih hubungan distribusi yang masing-masing mempunyai fungsi marginal distribusi. Copula dapat digunakan untuk menggabungkan beberapa distribusi marginal menjadi distribusi bersama (bivariat/multivariat). Analisis hubungan melalui pendekatan copula mempunyai kelebihan yaitu dapat menjelaskan keterhubungan antar peubah-peubah yang distribusinya tidak normal.

Penelitian ini mengangkat bahasan mengenai IHK dan kurs beli IDR-USD sebagai peubah-peubah yang mempunyai keterhubungan. Keterhubungan tersebut akan dijelaskan melalui pendekatan copula, fungsi yang menggabungkan dua fungsi distribusi marginal peubah-peubahnya. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dikaji mengenai analisis hubungan IHK dan kurs beli IDR-USD melalui pendekatan copula.

2. Transformasi Data

Teknik transformasi data yang digunakan yaitu teknik *differencing* yang mana dapat membuat data menjadi stasioner. Stasioner merupakan suatu kondisi data apabila rata-rata dan variansi dari peubah-peubah tersebut tidak dipengaruhi oleh waktu [5]. Persamaan yang digunakan pada transformasi differencing dalam penelitian ini sebagai berikut:

$$X_t = IHK_{t-1} - IHK_t \tag{1}$$

dan

$$Y_t = Kurs_{t-1} - Kurs_t \tag{2}$$

dengan IHK_t merupakan data IHK pada waktu t dan $Kurs_t$ merupakan data kurs beli IDR-USD pada waktu t.

3. Ukuran Keterhubungan

Ada 2 ukuran keterhubungan yang dikenal yaitu Kendall's *Tau* dan Spearman's *Rho*. **Kendall's *Tau*** didefinisikan Kendall's *Tau* didefinisikan sebagai probabilitas *concordant* dikurangi probabilitas *discordant* [4]. Kendall's *Tau* didefinisikan oleh

$$\tau = P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0]. \tag{3}$$

Kendall's *Tau* digunakan untuk mencari hubungan antar dua peubah dengan data terdiri dari sampel acak bivariat X dan Y [4]. Kendall's *Tau* untuk sampel sebanyak n didefinisikan sebagai berikut:

$$\tau = \frac{c-d}{c+d} = \frac{(c-d)}{\binom{n}{2}}. \tag{4}$$

Ukuran keterhubungan yang dikenal lainnya adalah **Spearman's *Rho***, Misalkan X dan Y peubah acak kontinu dengan copula C, maka Spearman's *Rho* untuk X dan Y yang didefinisikan oleh [4] yaitu

$$\rho = 3(P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_3) > 0] - P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_3) < 0]). \tag{5}$$

Untuk semua n bilangan bulat yang berbeda dan menyatakan peringkat data, Spearman's *Rho* dapat dihitung melalui

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} {d_i}^2}{n(n^2-1)}. \tag{6}$$

4. *Goodness of Fit Test*

Goodness of fit test adalah uji kecocokan distribusi yang digunakan untuk mengukur tingkat kesesuaian atau kecocokan antara distribusi-distribusi marginal pada data penelitian dengan distribusi-distribusi tertentu.

4. 1. *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)

Dalam penelitian ini penaksiran parameter akan dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Berdasarkan [6], fungsi *likelihood* untuk n sampel acak $\boldsymbol{x} = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ didefinisikan pada persamaan berikut :

$$L(\boldsymbol{x}; \Omega) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \Omega). \tag{7}$$

4. 2. Uji Kecocokan Distribusi *Kolmogorov-Smirnov* Satu Sampel

Uji *Kolmogorov-Smirnov* merupakan salah satu uji *goodness of fit* (kecocokan) yang digunakan untuk menguji apakah data yang berskala minimal ordinal berasal dari distribusi tertentu. Uji *Kolmogorov-Smirnov* dapat dilakukan dengan menentukan hipotesis sebagai berikut

H_0: data mengikuti distribusi parametrik $\hat{F}(x_i; \Omega)$,
H_1: data tidak mengikuti distribusi parametrik $\hat{F}(x_i; \Omega)$

Statistik uji *Kolmogorov-Smirnov* dinotasikan dengan D_n yang mana menyatakan perbedaan terbesar antara fungsi distribusi empirik dan distribusi teoritis yang ingin diuji, didefinisikan oleh

$$D_n = max\{D_n^-, D_n^+\} \tag{8}$$

dimana

$$D_n^- = \max_{i=1,\dots n}\left[\frac{i}{n} - \hat{F}(x_i; \Omega)\right];$$

$$D_n^+ = \max_{i=1,\dots n}\left[\hat{F}(x_i; \Omega) - \frac{i-1}{n}\right] \tag{9}$$

dengan $x_i, i = 1,2, \dots, n$ (*ordered statistic*) adalah data yang telah diurutkan dari yang terkecil hingga yang terbesar.

5. Copula

Copula (bivariat) adalah suatu fungsi distribusi bivariat dengan marginal-marginalnya berdistribusi seragam [0,1] [7]. Copula C didefinisikan oleh

$$C(u, v) = Pr[U \le u, V \le v] \tag{10}$$

untuk U dan V berdistribusi seragam di [0,1]. Berdasarkan persamaan (3), maka Kendall's *Tau* dalam kaitannya dengan copula C dinyatakan oleh

$$\tau = 4 \iint_{\mathrm{I}^2} C(u, v)\, dC(u, v) - 1, \tag{11}$$

sedangkan dalam kaitannya dengan copula C berdasarkan persamaan (5), maka Spearman's *Rho* dinyatakan oleh

$$\rho = 12 \iint_{\mathrm{I}^2} C(u, v)\, dC(u, v) - 3. \tag{12}$$

5.1. Copula Archimedean

Salah satu keluarga copula adalah copula Archimedean. Copula Archimedean didefinisikan oleh

$$\varphi_\theta\big(C(u, v)\big) = \varphi_\theta(u) + \varphi_\theta(v). \tag{13}$$

dengan fungsi φ dikatakan sebagai generator copula, dan diasumsikan bahwa generator φ hanya memiliki satu parameter, yaitu θ [5]. Estimasi parameter copula Archimedean (θ) dilakukan melalui Kendall's tau (τ), yang mana θ dapat diperoleh dengan mencari solusi persamaan (14)

$$\tau = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi_\theta(t)}{\varphi_\theta'(t)}\, dt \tag{14}$$

Terdapat berbagai macam keluarga dari copula Archimedean yaitu copula Clayton, copula Frank, copula Gumbel, copula Ali-Mikhail-Haq dan yang lainnya.

Fungsi **copula Clayton** didefinisikan oleh

$$C_{C,\theta}(u, v) = \left(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1\right)^{-\frac{1}{\theta}} \tag{15}$$

dengan $\theta \in (0, \infty)$. Fungsi generator untuk copula Clayton sebagai berikut

$$\varphi_\theta(t) = \frac{1}{\theta}\left(t^{-\theta} - 1\right). \tag{16}$$

Parameter θ copula Clayton diperoleh dari persamaan (14) berdasarkan (16) adalah

$$\theta = \frac{2\tau}{1 - \tau}. \tag{17}$$

dengan $\theta \epsilon (0, \infty)$.

Fungsi **copula Gumbel** didefinisikan oleh

$$C_{G,\theta}(u, v) = \exp\left(-\left[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta\right]^{\frac{1}{\theta}}\right) \tag{18}$$

dan fungsi generator copula Gumbel adalah

$$\varphi_\theta(t) = (-\ln t)^\theta. \tag{19}$$

dengan $\theta \in [1, \infty)$. Parameter θ copula Gumbel dapat diperoleh dengan mencari solusi dari persamaan (14) berdasarkan (19), sehingga parameter θ adalah

$$\theta = \frac{1}{1 - \tau}. \tag{20}$$

Copula AMH (Ali-Mikhail-Haq) dinyatakan oleh

$$C_{A,\theta} = \frac{uv}{1 - \theta(1 - u)(1 - v)} \tag{21}$$

dengan $\theta \in [-1, 1)$. Fungsi generator copula AMH adalah

$$\varphi_\theta(t) = ln\left[\frac{1 - \theta(1 - t)}{t}\right]. \tag{22}$$

Estimasi parameter θ copula Ali-Mikhail-Haq dengan mencari solusi persamaan melalui metode numerik bagi dua, persamaan Kendall's *Tau* adalah

$$\tau = \frac{3\theta - 2}{3\theta} - \frac{2(1 - \theta)^2 ln(1 - \theta)}{3\theta^2} \tag{23}$$

Fungsi **copula Frank** didefinisikan oleh

$$C_{F,\theta}(u, v) = -\frac{1}{\theta}\ln\left(1 + \frac{\left(e^{-\theta u} - 1\right)\left(e^{-\theta v} - 1\right)}{e^{-\theta} - 1}\right) \tag{24}$$

dengan $\theta \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$. Fungsi generator copula Frank adalah

$$\varphi_\theta(t) = -\ln\left(\frac{e^{-\theta t}-1}{e^{-\theta}-1}\right). \quad (25)$$

Parameter θ copula Frank dapat diperoleh dengan mencari solusi dari persamaan Kendall's *Tau* melalui metode numerik bagi dua seperti yang dijelaskan pada [9], persamaan Kendall's *Tau* sebagai berikut

$$\tau = 1 - \frac{4\left(1-\theta^{-1}\int_0^\theta \frac{t}{e^t-1}dt\right)}{\theta}. \quad (26)$$

5.2. Copula Plackett

Keluarga Copula Plackett sering disebut *constant global cross ratio distributions* atau *contingency-type distributions*. Bentuk Copula Plackett adalah

$$C_{P,\theta}(u,v) = \frac{[1+(\theta-1)(u+v)]}{2(\theta-1)} - \frac{\sqrt{[1+(\theta-1)(u+v)]^2 - 4uv\theta(\theta-1)}}{2(\theta-1)} \quad (27)$$

untuk $0 < \theta < \infty$ dan $\theta \neq 1$. Pada copula Plackett estimasi parameter θ dapat dilakukan melalui Spearman's *Rho* yang mana θ dapat diperoleh dengan mencari solusi persamaan (28)

$$\rho = \frac{\theta+1}{\theta-1} - \frac{2\theta}{(\theta-1)^2}\ln\theta \quad (28)$$

5.3. Simulasi Pembangkitan Bilangan Acak Bivariat Menggunakan Copula

Prosedur untuk membangkitkan bilangan acak bivariat $\{(x,)\}$ dari suatu fungsi distribusi bivariat H dengan menggunakan copula berdasarkan persamaan berikut

$$z_u(v) = \frac{\partial C(u,v)}{\partial u} \quad (29)$$

dilakukan dengan melalui langkah-langkah berikut:

- Bangkitkan dua bilangan acak yang saling bebas u dan t yang berdistribusi seragam di [0,1];
- Akan diperoleh $v = z_u{}^{(-1)}(t)$, dengan $z_u{}^{(-1)}$ merupakan invers fungsi dari z_u;
- Peroleh sepasang bilangan acak bivariat dari suatu copula yaitu (x,y);
- Peroleh sepasang bilangan acak bivariat $(x,y) = \left(F^{-1}(u), G^{-1}(v)\right)$;

5.4. *Goodness of Fit Test for* Copula

Uji kecocokan untuk copula pada data dilakukan untuk mengetahui seberapa cocok copula dapat mencerminkan perilaku data. Uji kecocokan akan dilakukan berdasarkan proses empirik *(empirical process)* pada fungsi distribusi bivariat ataupun copula untuk parameter $\hat{\theta}$ dinyatakan oleh [8]

$$\mathbb{e}(x_i,y_i) = \sqrt{n}\left[H_e(x_i,y_i) - H_{\hat{\theta}}(x_i,y_i)\right]$$
$$= \sqrt{n}\left[C_e\left(F(x_i),G(y_i)\right) - C_{\hat{\theta}}\left(F(x_i),G(y_i)\right)\right] \quad (30)$$

dengan $H_e(x_i,y_i) = C_e(F(x_i),G(y_i)) = \frac{\#(x\le x_i, y\le y_i)}{n+1}$ adalah fungsi distribusi bivariat empiris atau Copula empiris untuk data, $\{(x_i,y_i)\}, i = 1,2,\ldots,n$. Fungsi $\#(x \le x_i, y \le y_i)$ menyatakan banyaknya data bivariat $\{(x_i,y_i)\}$ dengan $x \le x_i$ dan $y \le y_i$.

Ukuran statistik yang digunakan adalah statistik Cramér-von Mises, yang diperoleh dari

$$S_n = \sum_{i=1}^{n}[H_e(x_i,y_i) - H_{\hat{\theta}}(x_i,y_i)]^2$$
$$= \sum_{i=1}^{n}[C_e(F(x_i),G(y_i)) - H_{\hat{\theta}}(F(x_i),G(y_i))]^2. \quad (31)$$

Kecocokan data terhadap suatu fungsi distribusi bivariat atau copula bergantung pada nilai statistik terkecil *Cramér-von Mises* (S_n) terkecil dari beberapa fungsi distribusi bivariat atau copula yang dicocokkan. Nilai p_{value} dapat diperoleh dari *parametric bootstrap*.

5.5. *Parametric Bootstrap* untuk Ukuran Statistik *Cramer-von Mises*

Ukuran statistik dan *p-value Cramér-von Mises* (S_n) dapat diperoleh melalui metode simulasi *parametric bootstrap* [7]. Algoritma *parametric bootstrap* dijabarkan sebagai berikut:

Diketahui data bivariat sebanyak n pasang yaitu $\{(x_a,y_a)\}, a = 0,1,2,3,\ldots,n$. Untuk N bilangan bulat positif sangat besar (digunakan 1000),

1. Bangkitkan n sampel acak bivariat $\{(x_i,y_i)\}$ dengan $i = 0,1,2,\ldots,n$ dari suatu distribusi bivariat $H_\theta(x,y)$atau Copula $C_\theta\left(F(x),G(y)\right)$,
2. Hitung $H_e(x_i,y_i) = C_e\left(F(x_i),G(y_i)\right) = \frac{\#(x_a\le x_i, y_a\le y_i)}{n+1}$ dengan $\#(x_a \le x_i, y_a \le y_i)$ adalah banyak data bivariat $\{(x_a,y_a)\}$ dengan $x_a \le x_i$ dan $y_a \le y_i$,
3. Untuk $j = 1$, hitung
$$s_{n,j}^* = \sum_{i=1}^{n}[H_e(x_i,y_i) - H_\theta(x_i,y_i)]^2$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\left[C_e\left(F(x_i),G(y_i)\right) - C_\theta\left(F(x_i),G(y_i)\right)\right]^2$$
4. Untuk $j = j + 1$, ulangi poin 1 sampai poin 3, ke poin 5 jika $j = N + 1$,
5. Hitung *p-value*, $\frac{\#(s_{n,j}^* > s_n)}{N}$ atau $\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{I(s_{n,j}^*>s_n)}{N}\right)$, yang mana $I\left(s_{n,j}^* > s_n\right)$ adalah fungsi bernilai 1 untuk nilai $s_{n,j}^* > s_n$.

6. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data IHK dan kur beli selama periode Mei 2012 sampai Juni 2017. Setelah data diperoleh, dilakukan pengolahan data sebagai berikut:

1. Uji stasioneritas pada data.

2. Data yang belum stasioner maka akan dilakukan transformasi *differencing* berrdasarkan persamaan (1) dan (2).
3. Mengukur keterhubungan data yang sudah ditransformasi dengan menggunakan Kendall's *Tau* dan Spearman's *Rho*.

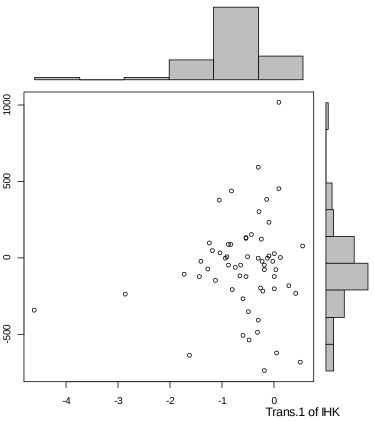
Pengolahan data bertujuan untuk mempermudah dalam melakukan analisis data. Kemudian setelah melakukan pengolahan data, langkah selanjutnya adalah analisis data sebagai berikut:

1. Estimasi parameter distribusi-distribusi marginal (IHK dan Kurs beli IDR-USD) berdasarkan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang mana dapat diperoleh dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*.
2. Estimasi distribusi marginal (IHK dan Kurs IDR terhadap USD) berdasarkan *Kolmogorov-Smirnov*.
3. Estimasi parameter copula Archimedean berdasarkan Kendall's *Tau*. Untuk estimasi parameter copula Placket secara numerik berdasarkan Spearman's *Rho*.
4. Uji kecocokan copula melalui statistik Cramér-von Mises dan p_{value} diperoleh dari *parametric bootstrap*.

7. HASIL DAN PEMBAHASAN

7.1. Transformasi Data

Setelah melalui pengolahan, data IHK dan kurs beli IDR-USD dapat disajikan pada Gambar 1. Gambar 1 merupakan *scatterplot* (X, Y) dari data IHK X dan kurs beli IDR-USD Y, hasil *differencing* dan histogram masing-masing peubah ditampilkan sebelah atas (IHK) dan kanan (kurs beli IDR-USD) *scatterplot*.



Gambar 1. *Scatterplot* Data (X, Y)

7.2. Fungsi Distribusi Marginal Data

Data yang digunakan adalah data hasil *differencing* yang mana diolah dengan menggunakan bantuan dari *Easyfit*. *Easyfit* menunjukkan bahwa data IHK dan kurs memiliki beberapa distribusi yang tertera pada Tabel 1.

Tabel 1. Parameter dan p_{value} dari distribusi-distribusi marginal

Dist.	Marg.	Parameter		*p-value* (KS)
Normal	X	$\mu = -0.5693$	$\sigma = 0.8015$	0.2293
Laplace		$\mu = -0.5693$	$\lambda = 1.7645$	0.0626
Cauchy		$\mu = -0.3667$	$\sigma = 0.3394$	0.3164
Logistik		$\mu = -0.5693$	$\sigma = 0.4419$	0.2666
Normal	Y	$\mu = -61.633$	$\sigma = 308.69$	0.3420
Laplace		$\mu = -61.633$	$\lambda = 0.0046$	0.9746
Cauchy		$\mu = -46.64$	$\sigma = 127.83$	0.9634
Logistik		$\mu = -61.633$	$\sigma = 170.19$	0.6039

Estimasi parameter distribusi marginal-marginal dari data diperoleh dari *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan uji kecocokan distribusi marginal berdasarkan statistik *Kolmogorov-Smirnov*.

7.3. Estimasi Parameter dan Ukuran Keterhubungan antar Peubah

Dalam penelitian ini ukuran keterhubungan yang digunakan untuk mengestimasi parameter θ copula Archimedean yaitu dengan melalui Kendall's *Tau* dan untuk copula Plackett menggunakan Spearman's *Rho*. Hasil estimasi parameter θ dan analisis korelasi antara IHK (X) dan kurs beli IDR-USD (Y) tertera pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil estimasi parameter θ copula dan nilai korelasi

	Jenis Copula	**Parameter ($\boldsymbol{\theta}$)**
Kendall's Tau ($\tau = 0.0241$)	Clayton	0.0494
	Gumbel	1.0247
	Ali-Mikhail-Haq	0.2172
	Frank	0.1056
Spearman's Rho ($\rho = 0.0350$)	Plackett	1.1107

Berdasarkan Tabel 2, dapat dilihat bahwa keterhubungan antara IHK dan kurs beli IDR-USD sangat kecil yang berarti saling bebas.

7.4. Uji Kecocokan Copula

Uji kecocokan copula dilakukan berdasarkan distribusi-distribusi yang telah diperoleh pada Tabel 1 dan melalui statistik Crame`r-von Mises (S_n) beserta p_{value} yang diperoleh dari *parametric bootstrap*. Hasil perhitungan S_n disajikan pada Tabel 3. Berdasarkan perhitungan yang disajikan pada Tabel 3 , terdapat 80 model copula dari 16 pasangan distribusi-distribusi marginal. Selanjutnya akan dilakukan pembangkitan statistik uji S_n melalui *parametric bootstrap*. Melalui simulasi *parametric bootstrap* akan diperoleh 1000 nilai statistik uji S_n untuk uji kecocokan distribusi-distribusi marginal dengan copula.

Tabel 3. Hasil perhitungan S_n

Distribusi		Jenis Copula				
X	Y	**Clayton**	**Gumbel**	**Frank**	**AMH**	**Placket**
Cauchy	Laplace	0.1048	0.1341	0.1349	0.1350	0.1357
Cauchy	Cauchy	0.1222	0.1611	0.1622	0.1623	0.1633
Cauchy	Logistik	0.1524	0.1815	0.1824	0.1825	0.1833
Cauchy	Normal	0.1843	0.2131	0.2141	0.2142	0.2150
Logistik	Laplace	0.1236	0.0820	0.0834	0.0834	0.0828
Logistik	Cauchy	0.1065	0.0781	0.0797	0.0797	0.0794
Logistik	Logistik	0.1465	0.1071	0.1092	0.1093	0.1086
Logistik	Normal	0.1682	0.1294	0.1318	0.1319	0.1312
Normal	Laplace	0.1405	0.1019	0.1040	0.1041	0.1034
Normal	Cauchy	0.1315	0.1048	0.1124	0.1071	0.1068
Normal	Logistik	0.1652	0.1286	0.1313	0.1314	0.1307
Normal	Normal	0.1875	0.1514	0.1544	0.1546	0.1539
Laplace	Laplace	0.1369	0.0851	0.0851	0.0851	0.0845
Laplace	Cauchy	0.1053	0.0693	0.0695	0.0695	0.0692
Laplace	Logistik	0.1539	0.1053	0.1060	0.1060	0.1054
Laplace	Normal	0.1731	0.1252	0.1263	0.1263	0.1257

Setelah mendapatkan nilai simulasi S_n sebanyak 1000 kali, langkah selanjutnya adalah mengulangi simulasi *parametric bootstrap* sebanyak 100 kali untuk menaksir rata-rata *p-value* dan seberapa banyak H_0 diterima dalam pengulangan tersebut. Tabel 4 menunjukkan jumlah H_0 yang diterima dan rata-rata nilai *p-value* setelah dilakukan pengulangan sebanyak 100 kali.

Tabel 4. Hasil Pengulangan *Parametric Bootstrap* 100 Kali untuk *p-value Cramér-von Mises* $\widehat{S_n}$

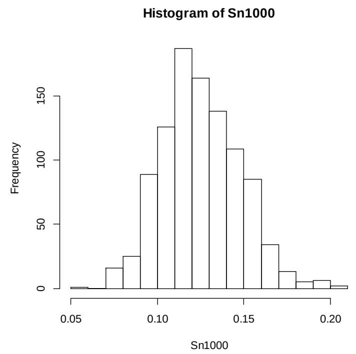
Marg.	Hasil	Clay-ton	Gum-bel	Frank	AMH	Placket
Cauchy Laplace	H_0acc	0	0	0	0	0
	p-val	0.0062	0.0038	0.0044	0.0046	0.0043
Cauchy Cauchy	H_0acc	0	0	0	0	0
	p-val	0.0020	0.0014	0.0019	0.0017	0.0016
Cauchy Logis.	H_0acc	100	78	100	100	96
	p-val	0.0758	0.0562	0.0649	0.0672	0.0646
Cauchy Normal	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.1577	0.1297	0.1465	0.1482	0.1434
Logis. Laplace	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.9620	0.9576	0.9592	0.9598	0.9590
Logis. Cauchy	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.8972	0.8961	0.8976	0.8948	0.8939
Logis. Logis.	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.9291	0.9237	0.9270	0.9279	0.9255
Logis. Normal	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.8920	0.8838	0.8889	0.8880	0.8879
Normal Laplace	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.8643	0.8548	0.8585	0.8580	0.8573
Normal Cauchy	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.7051	0.7086	0.6069	0.7090	0.7023
Normal Logis.	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.8605	0.8532	0.8597	0.8597	0.8443
Normal Normal	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.8406	0.8314	0.8390	0.8388	0.8371
Laplace Laplace	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.9796	0.9713	0.9757	0.9753	0.9755
Laplace Cauchy	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.9702	0.9629	0.9680	0.9673	0.9661
Laplace Logis.	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.9556	0.9462	0.9522	0.9520	0.9509
Laplace Normal	H_0acc	100	100	100	100	100
	p-val	0.9217	0.9086	0.9174	0.0082	0.9148

Selanjutnya dari 80 model copula tersebut akan dipilih p_{value} tertinggi untuk masing-masing copula yang mana akan disajikan pada Tabel 5.

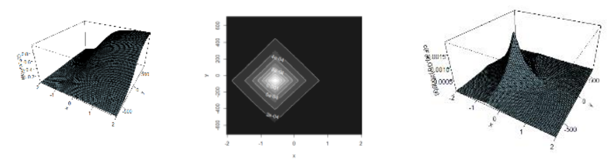
Tabel 5. Hasil p_{value} melalui *parametric bootstrap*

Copula	Distribusi	
	$X \sim Laplace$	$Y \sim Laplace$
Clayton	0.9796	
Gumbel	0.9713	
Frank	0.9757	
AMH	0.9753	
Plackett	0.9755	

Setelah dilakukan pengulangan dengan nilai signifikasi 0.05, model copula yang memiliki rata-rata p_{value} tertinggi adalah copula Clayton dengan distribusi bivariat Laplace yaitu 0.9796. Histogram simulasi S_n dengan $X \sim Laplace$ dan $Y \sim Laplace$ untuk copula Clayton terdapat pada Gambar 2 dan fungsi distribusi, densitas, dan *contour* model copula Clayton disajikan pada Gambar 3.



Gambar 2. Histogram S_n (1000 nilai) dengan $X \sim Laplace$ dan $Y \sim Laplace$ untuk copula Clayton.



Fungsi Distribusi *Contour* Densitas Fungsi Densitas

Gambar 3. Copula Clayton untuk distribusi bivariat Laplace.

8. KESIMPULAN

Penelitian ini mempelajari bagaimana hubungan antara IHK dan kurs beli IDR-USD dengan pendekatan copula. Beberapa hal yang dapat ditarik menjadi kesimpulan pada penelitian ini yaitu keterhubungan kedua peubah berdasarkan Kendall's *Tau* dan Spearman's *Rho* sangat kecil yang berarti saling bebas atau hampir tidak memiliki keterhubungan. Copula dapat mendeteksi perilaku data melalui uji kecocokan ukuran statistik Cramér-von Mises S_n berdasarkan p_{value} tertinggi. Pola hubungan IHK dan kurs beli IDR-USD ditunjukkan dengan model copula Clayton dengan distribusi bivariat Laplace yang mana model tersebut dapat menggambarkan keterhubungan data yang terbaik. Pada penelitian ini diperoleh distribusi bivariat Laplace dengan copula. Berdasarkan model copula Clayton dengan distribusi bivariat Laplace, terdapat hubungan antara IHK dan kurs beli IDR-USD positif.

DAFTAR PUSTAKA

[1] N. Soemartojo, Statistik untuk Manajemen dan Ekonomi, Jakarta, 1982.

[2] K. N. Anisa, dan Sutikno, "Analisis Hubungan Curah Hujan dan Indikator El-Nino Southern Oscillation di Sentra Produksi Padi Jawa Timur dengan Pendekatan Copula". Skripsi, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Vol. 4, No. 1. 2015.

[3] Heriyanto, dan M. Chen, "Analisis Pengaruh Indeks Harga Konsumen, Jumlah Uang Beredar (M1), Kurs Rupiah, dan Indeks S&P 500 terhadap Indeks Harga Saham Gabungan: Studi Empiris pada Bursa Efek Indonesia". Skripsi, *Jurnal Nominal*, Vol. 3, No. 2. 2014.

[4] R. B. Nelsen, *An Introduction to Copulas*, New York: Springer Series in Statistics, 2006.

[5] Juanda, Bambang dan Junaidi. Ekonometrika Deret Waktu, IPB Press, Bogor. 2012.

[6] W. R. Blischke, M. R. Karim, dan D. N. P. Murthy, *Warranty Data Collection and Analysis*, London: Springer Series in Reliability Eng., 2011, bab 2.

[7] L. R. Sasongko, "Copula untuk Memodelkan Kegagalan Dua Dimensi pada Produk Bergaransi dengan Strategi Penggantian," M.Si. tesis, Program Pascasarjana Magister Aktuaria, Institut Teknologi Bandung, Bandung, 2014.

[8] Genest, C., Remillard, B., dan Beaudoin, D. (2009): Goodness-of-fit Tests for Copulas: a review and a power study, *Insurance: Mathematics and Economics,* 44, 199-214.

[9] D. B. Nugroho, "Metode Numerik", unpublished.

Lampiran A. Fungsi Distribusi Univariat

Pada bagian ini akan diberikan fungsi distibusi univariat yang digunakan dalam penelitian ini. Misalkan X adalah peubah acak kontinu dengan fungsi distribusi F_X .

1. Cauchy, $X \sim Cauchy(\mu, \sigma)$.

$$F_x(x) = \frac{1}{\pi} arctan\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) + 0.5, \qquad x\epsilon[0,1]$$

2. Logistik, $X \sim Logistik(\mu, \sigma)$

$$F_x(x) = \frac{1}{1 + exp\left(-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)}, \quad -\infty < x < \propto$$

3. Normal, , $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$F_X(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t-\mu}{\sigma}\right)^2\right\} dt\, , x \in [0, \infty)$$

4. Laplace, $X \sim Laplace(\mu, \lambda)$

$$F_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} exp\big(-\lambda(\mu - x)\big) & x \le \mu \\ 1 - \frac{1}{2} exp\big(-\lambda(x-\mu)\big) & x > \mu \end{cases}$$

Elvina Luxviantono (662014011@student.uksw.edu) lahir di Salatiga, pada tanggal 17 Mei 1996 adalah mahasiswa yang sedang menempuh pendidikan tinggi di Program Studi Matematika, Universitas Kristen Satya Wacana (UKSW) Salatiga. Tahun 2018 merupakan tahun terakhir ia menempuh studi. Makalah ini merupakan hasil penelitian skripsinya yang dipublikasikan.

Adi Setiawan (Adi_setia_03@yahoo.com) lahir di Sragen,pada tanggal 26 Februari 1969. Pada tahun 1991 ia menyelesaikan studi S-1 di Universitas Gadjah Mada Jogjakarta. Tahun 1992 dan 2007 merupakan tahun ketika ia berhasil menyelesaikan studi lanjut S-2 dan S-3 di Vrije Universiteit Amsterdam, the Netherlands pada tahun 1997 dan 2007.

Dia telah bekerja di UKSW sejak tahun 1992 sebagai tenaga Pengajar Akademik (Dosen) Statistika pada Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, UKSW.

Leopoldus Ricky Sasongko (leopoldus.sasongko@staff.uksw.edu.) lahir di Ketapang, Kalimantan Barat, pada tanggal 14 November 1989. Pada tahun 2011, gelar Sarjana Sains (S.Si) diperoleh dari Universitas Kristen Satya Wacana (UKSW) Salatiga. Gelar Magister Sains (M.Si) didapat dari Program Pascasarjana Magister Aktuaria, Institut Teknologi Bandung (ITB), pada tahun 2014.

Ia bekerja di UKSW sejak tahun 2011 sebagai Calon Pengajar Akademik (Dosen) di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, UKSW. Saat ini, ia menjadi Pengajar Akademik Tetap di UKSW.
Sasongko, M.Si, merupakan salah satu anggota Asosiasi Matematikawan Indonesia, IndoMS. Bidang penelitian yang digeluti adalah Matematika Aktuaria dan Garansi (*Warranty*). Salah satu makalah hasil penelitian adalah *The Estimation of Renewal Functions Using the Mean Value Theorem for Integrals (MeVTI) Method* yang terpublikasi di Jurnal Matematika dan Aplikasi deCartesiaN, Universitas Sam Ratulangi (UNSRAT).